

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИМЕТРОВ, ПОСТРОЕННЫХ ПО ПРИНЦИПУ ПРУЖИННЫХ ВЕСОВ

В настоящее время гравиметрами называют приборы, которыми измеряют изменения силы тяжести непосредственным отсчетом на шкале или на другом отсчетном приспособлении.

В таких приборах измерительная система в течение процесса наблюдения находится в покое, поэтому методы измерения силы тяжести гравиметрами называют статическими.

Общим для всех гравиметров является то, что в них сила тяжести сравнивается с какой-либо силой, постоянной во времени. Такими силами могут быть силы упругой деформации твердых тел, силы магнитного и электрического полей, силы деформации газа, центробежная сила и т. п.

Мысль о возможности построить гравиметр зародилась давно. Уже в середине XVIII столетия великий русский ученый М. В. Ломоносов изготовил прибор, названный им дифференциальным барометром и предназначенный для регистрации периодических изменений силы тяжести. В качестве эталонной силы применялась упругая сила деформации газа, возникающая при изменении его объема. Однако до начала XX века решение задачи создания гравиметра существенно не продвинулось вперед.

Только в 30-х годах XX в. появились гравиметры, способные конкурировать с маятниковыми приборами (гравиметр Исинга и Норгарда). С этого времени гравиметростроение развивалось весьма быстро. Через десять лет появилось уже около десятка гравиметров, обеспечивающих точность съемки порядка 0,3 мгл и таким образом увеличивших точность измерения силы тяжести на целый порядок по сравнению с маятниковыми приборами.

В дальнейшем конструирование гравиметров шло как по линии увеличения точности, так и по линии придания приборам большей портативности. Кроме того, начали создаваться приборы специального назначения: для наблюдения на дне морских бассейнов, в труднодоступных местностях и т. п.

Почти все созданные за последние 10—15 лет гравиметры, нашедшие применение на практике, построены по принципу пружинных весов, т. е. в них в качестве уравнивающей силы используется сила деформации твердого тела: кручения, изгиба,

сжатия, растяжения. Гравиметры, в которых для уравнивания силы тяжести используют силы магнитного и электрического полей, до сих пор распространения не получили. Основной причиной этого являются трудности поддержания постоянства полей с точностью 10^{-7} их величины. Так же не получили применения на практике газовые гравиметры, имеющие очень большой температурный коэффициент.

В настоящей статье рассматриваются вопросы элементарной теории механических систем гравиметров, в которых в качестве уравнивающих сил используются силы деформации твердых тел. Основной частью гравиметра такого типа является упругое тело, которое деформируется под действием веса груза. С изменением веса груза вследствие изменения ускорения силы тяжести должна изменяться величина деформации упругого тела. Изменение величины деформации упругого тела и является мерой изменения силы тяжести. Заметим, что всюду, где идет речь об изменении силы тяжести, мы понимаем под этим изменения, связанные с изменениями ускорения силы тяжести.

В подавляющем большинстве гравиметров, построенных по принципу пружинных весов, масса под действием изменения силы тяжести может совершать либо только вращательные, либо только поступательные перемещения, т. е. имеет одну степень свободы; всякие же другие перемещения малы по величине и являются помехами, от которых по мере возможности стараются избавиться.

В некоторых же гравиметрах масса может совершать и поступательные и вращательные перемещения, однако мерой изменения силы тяжести является одно из этих движений. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать системы, имеющие одну степень свободы.

Изменение силы тяжести или момента силы тяжести всегда уравнивается приращением упругой силы, возникающим вследствие перемещения массы и изменения величины деформации упругого элемента.

Обычно в гравиметрах изменения силы тяжести отмечаются изменением положения какого-либо индекса. Для всех известных автору гравиметров величина перемещения этого индекса либо равна, либо пропорциональна перемещению центра масс подвижной части системы. Поэтому можно считать, что сила тяжести или момент силы тяжести, а также упругая сила или момент упругой силы являются функциями положения этого индекса.

В некоторых гравиметрах перемещение индекса является непосредственной мерой изменения силы тяжести. Однако это удобно только в случае, когда перемещение индекса пропорционально изменению силы тяжести. В противном случае придется пользоваться шкалой с переменной ценой деления. Кроме того, непосредственный оптический отсчет с большей точностью возможен только на небольшом по протяженности участке шкалы, поэтому диапазон измерений силы тяжести будет весьма ограниченным.

В связи с этим почти во всех современных гравиметрах функции регистрации изменений силы тяжести и функции измерения их величины разделены.

Так как при помощи гравиметров приходится измерять относительные изменения силы тяжести, диапазон которых составляет несколько десятитысячных и в очень редких случаях тысячных долей от полного значения силы тяжести, то даже высокоточные измерения разностей силы тяжести можно производить при сравнительно низкой относительной точности отсчета, порядка 0,1—1%. Поэтому конструирование измерительного устройства не встречает существенных затруднений.

Значительно большие трудности встречает конструирование регистратора изменений силы тяжести. К регистратору предъявляется очень высокое требование: он должен совершенно четко отмечать изменения силы тяжести с требуемой точностью до единиц седьмого, а иногда и восьмого знака, иметь при этом с такой же степенью точности постоянное или же медленно меняющееся место нуля. В связи с этим при конструировании регистратора изменений силы тяжести приобретает большое значение борьба с различными помехами: влияниями температуры, давления, наклона и т. п.

Рассмотрим основные теоретические положения. Обозначим отклонение индекса от некоторого нулевого положения через x , силу тяжести и момент силы тяжести через $g \mathfrak{M}(x)$, упругую силу и момент упругой силы через $M(x)$ и напишем уравнение статического равновесия упругой системы гравиметра:

$$g\mathfrak{M}(x) + M(x) = 0. \quad (1)$$

Продифференцировав уравнение (1) по g , найдем

$$\frac{dx}{dg} = - \frac{\mathfrak{M}(x)}{\frac{\partial}{\partial x} g\mathfrak{M}(x) + \frac{\partial}{\partial x} M(x)}. \quad (2)$$

Отношение перемещения индекса Δx к изменению силы тяжести Δg есть не что иное, как чувствительность системы.

Из формулы (2) видно, что в общем случае чувствительность системы $\frac{dx}{dg}$ есть функция положения массы x .

В формуле (2) числитель есть масса или момент масс — величина, определенная по самой механической сущности систем гравиметров; знаменатель формулы представляет собой сумму производных по x от силы тяжести и упругой силы или моментов силы тяжести и упругой силы, являющихся относительными скоростями изменения этих величин по сравнению с изменением x . В соответствии с уравнением (1) моменты сил $\mathfrak{M}(x)$ и $M(x)$ и их производные должны иметь противоположные знаки. Чем меньше знаменатель в формуле (2), тем больше чувствительность системы. Любая система гравиметра должна удовлетворять уравнениям (1) и (2).

Очевидно, в зависимости от характера изменения величин $g\mathfrak{M}(x)$ и $M(x)$ будут изменяться свойства систем.

Рассмотрим некоторые случаи.

1. Положим, что $\mathfrak{M}(x)$ не зависит от x , а $M(x)$ пропорционален полной деформации упругого элемента. В этом случае масса системы может совершать только поступательные перемещения, а упругий элемент работает в пределах пропорциональности. Запишем это условие так:

$$\mathfrak{M}(x) = C;$$

$$M(x) = -Kx.$$

Согласно формулам (1) и (2) получим

$$\frac{dx}{dg} = \frac{C}{K} = \frac{x}{g}.$$

Из этой формулы видно, что чувствительность такой системы пропорциональна величине полной деформации x . Простейшей системой такого рода будет являться система, состоящая из массы, подвешенной на спиральной цилиндрической пружине, работающей на растяжение в пределах пропорциональности.



Фиг. 1. Графики изменения моментов сил для неастизированной системы.

В этом случае x можно увеличивать либо увеличением массы, либо уменьшением жесткости пружины при неизменной массе.

Такую систему называют неастизированной. В портативном приборе трудно сделать деформацию упругого тела больше нескольких десятков сантиметров, поэтому нельзя получить большую чувствительность неастизированной механической системы. Обычно в таких приборах линейное перемещение массы либо преобразуется в изменение параметров магнитной или электрической цепей, либо устраиваются оптико-механические или фотоэлектрические «усилители».

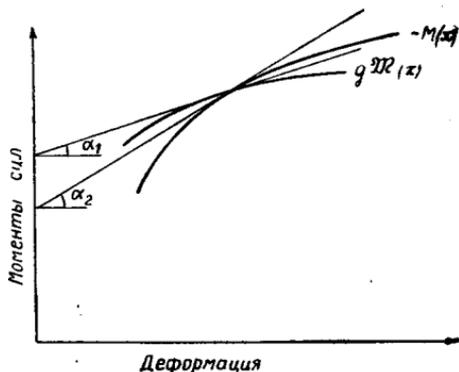
Графики изменения моментов сил для неастизированной системы приведены на фиг. 1.

Положим теперь, что $g\mathfrak{M}(x)$, $M(x)$, а также их производные по x изменяются с изменением x . Как указывалось выше, производные $g \frac{\partial}{\partial x} \mathfrak{M}(x)$ и $\frac{\partial}{\partial x} M(x)$ определяют скорость изменения моментов силы тяжести и упругой силы при вращательном перемещении масс или же самих сил при поступательном перемещении массы. Если сумма производных $g \frac{\partial}{\partial x} \mathfrak{M}(x) + \frac{\partial}{\partial x} M(x)$, уменьшаясь с изменением x , будет стремиться к нулю, то чувствительность системы, увеличиваясь, будет стремиться к бесконечности.

Таким образом, если построить систему так, чтобы в диапазоне рабочего изменения силы тяжести сумма производных $g \frac{\partial}{\partial x} \mathfrak{M}(x) + \frac{\partial}{\partial x} M(x)$ оказалась близкой к нулю, что означает почти одинаковую скорость изменения моментов силы тяжести и упругой силы с изменением x , то мы получим систему с большой чувствительностью к изменениям силы тяжести. Построенную таким образом систему называют астазированной.

Операция астазирования есть уравнивание скоростей изменения моментов силы тяжести к упругой силе на узком участке изменения x . Астазированная система сочетает в себе возможность иметь при сравнительно небольших общих деформациях большой момент упругих сил и, следовательно, большой момент масс с медленным изменением момента упругих сил. В узком диапазоне изменения силы тяжести она эквивалентна неастазированной системе с очень большой общей деформацией. Для этого, очевидно, нужно, чтобы одна из величин $g\mathfrak{M}(x)$ и $M(x)$ была нелинейной функцией x .

На фиг. 2 схематически показаны графики изменения моментов сил для астазированной системы:



Фиг. 2. Графики изменения моментов сил для астазированной системы.

$$y_1 = g\mathfrak{M}(x),$$

$$y_2 = -M(x).$$

Возвратимся [снова к формуле (2). Нетрудно показать, что выражение

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} g\mathfrak{M}(x) + \frac{\partial}{\partial x} M(x) \right] \Delta x^2$$

есть элементарная работа внешних сил, потребная для перемещения массы на величину Δx .

Согласно принципу возможных перемещений для устойчивого равновесия системы необходимо, чтобы эта величина была положительной.

Сравнивая это выражение с формулой (2), находим, что чувствительность системы есть не что иное, как обратная величина относительной устойчивости (величина элементарной работы на отрезке Δx , приходящейся на единицу момента или массы). Таким образом, чем больше чувствительность системы, тем меньше ее относительная устойчивость.

У неастазированных систем сумма производных $\frac{\partial}{\partial x} g\mathfrak{M}(x) + \frac{\partial}{\partial x} M(x)$ имеет сравнительно большую величину и не меняется с изменением x . Поэтому такие системы будут иметь небольшую и постоянную чувствительность и сравнительно большую и также постоянную устойчивость.

Астазированные системы, наоборот, характеризуются малыми и зависящими от x значениями суммы $\frac{\partial}{\partial x} g\mathfrak{M}(x) + \frac{\partial}{\partial x} M(x)$ и, следовательно, большими и переменными значениями чувствительности и малой, зависящей от x , устойчивостью.

Название «астазированная» произошло от греческого слова *astatos* — неустойчивый. Астазированные системы работают в положении, близком к неустойчивому равновесию. Если при значении $x = x_0$ система устойчива, то при некотором значении $x = x_0 + \Delta x$ система может оказаться в безразличном равновесии, так как сумма $\frac{\partial}{\partial x} g\mathfrak{M}(x) + \frac{\partial}{\partial x} M(x)$ станет равной нулю.

Величина Δx , т. е. возможное перемещение массы в области устойчивого равновесия, будет тем больше, чем меньше скорость изменения суммы $\frac{\partial}{\partial x} g\mathfrak{M}(x) + \frac{\partial}{\partial x} M(x)$, геометрически представляющей собой сумму тангенсов углов наклона касательных к кривым $y_1 = g\mathfrak{M}(x)$ и $y_2 = -M(x)$ в точке их пересечения, соответствующей положению равновесия. Наименьшая скорость изменения тангенсов соответствует малым значениям углов. Физически это положение соответствует минимальной зависимости функций $g\mathfrak{M}(x)$ и $M(x)$ от x .

При равной устойчивости наибольшие устойчивые перемещения массы x и, следовательно, наибольшая чувствительность будут тогда, когда один из моментов не зависит от x .

Упругая сила или момент упругих сил $M(x)$ по самой сущности системы гравиметров не может не зависеть от x . Поэтому наибольшую чувствительность системы можно получить в том случае, когда сила тяжести или момент силы тяжести не будут зависеть от x .

Такой случай мы будем иметь, когда в системе вращательного типа маятник в процессе наблюдения находится в горизонтальном положении и во всех случаях систем с поступательным перемещением массы.

Таким образом, астазированная система характеризуется, во-первых, нелинейностью хотя бы одной силы или момента сил с изменением величины деформации, поэтому ее можно назвать просто нелинейной системой, и, во-вторых, малой разностью между скоростями изменения этих сил или моментов сил в пределах реально возможных изменений силы тяжести; следовательно, эти системы обладают небольшой устойчивостью.

Заметим, что класс астазированных систем очень обширен, в то время как количество неастазированных систем очень ограничено.

Рассмотрим некоторые типы астазированных и неастазированных систем.

1. Система вращательного типа

Системы этого типа, как астазированные, так и неастазированные, получили наибольшее распространение в практике гравиметростроения.

а. Астазирование пружиной и массой (гравитационно-упругое астазирование). Представим себе маятник, могущий вращаться вокруг горизонтальной оси, удерживаемой в некотором положении равновесия пружинами. В данном случае величина x — смещение индекса — соответствует углу поворота маятника, отсчитываемому от некоторого начального положения. Положительное направление считаем против часовой стрелки.

Введем обозначения: $M(x) = -\sum_1^k f_{\Pi} A_{\Pi} \Delta Z_{\Pi}$ — момент упругих сил, где f_{Π} — жесткости пружин; ΔZ_{Π} — удлинения пружин; A_{Π} — плечи действия пружин; $g\mathfrak{M}(x) = g \sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}$ — момент силы тяжести, где $\sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}$ — момент масс.

Тогда уравнения (1) и (2) можно написать так:

$$g \sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi} - \sum_1^k f_{\Pi} A_{\Pi} \Delta Z_{\Pi} = 0; \quad (3)$$

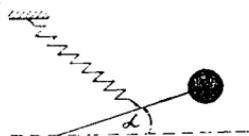
$$\frac{d\alpha}{dg} = - \frac{\sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}}{g \sum_1^k m_{\Pi} \frac{d}{d\alpha} l_{\Pi} - \sum_1^k f_{\Pi} \Delta Z_{\Pi} \frac{d}{d\alpha} A_{\Pi} - \sum_1^k f_{\Pi} A_{\Pi} \frac{d}{d\alpha} \Delta Z_{\Pi}}. \quad (4)$$

В формуле (4) третий член знаменателя всегда отрицательный по существу, так как отрицательна производная $\frac{d}{d\alpha} \Delta Z_{\Pi}$ (с уменьшением α растет ΔZ), второй и первый члены могут быть и положительными и отрицательными в зависимости от знака $\frac{d}{d\alpha} l_{\Pi}$ и $\frac{d}{d\alpha} A_{\Pi}$.

Отметим, что производная $\frac{d\alpha}{dg}$ имеет смысл, когда она имеет отрицательное значение. Если построить систему так, чтобы первый и второй члены имели отрицательные значения, но в сумме по абсолютной величине были меньше третьего члена на малую величину, то мы получим очень чувствительную систему.

Для выполнения этого условия достаточно, чтобы члены с $\frac{d}{d\alpha} l_{\Pi}$ были отрицательны, а члены с $\frac{d}{d\alpha} A_{\Pi}$ положительны, что означает, что с увеличением силы тяжести плечи действия пружин уменьшаются, а плечи действия масс увеличиваются.

Благодаря этому при увеличении α скорость изменения момента упругих сил тяжести будет уменьшаться, а скорость изменения момента силы тяжести будет увеличиваться, т. е. скорости будут приближаться друг к другу. Этот способ астазирования следует назвать комбинированным астазированием пружиной и массой (гравитационно-упругим астазированием). Примером такой системы будет система, состоящая из маятника, центр тяжести которого выше оси вращения, удерживаемого в таком положении пружиной, составляющей с осью маятника острый угол (фиг. 3).



Фиг. 3. Схема системы с гравитационно-упругим астазированием.

где C — постоянная величина, тогда согласно формуле (4) будем иметь

$$\frac{d\alpha}{dg} = - \frac{\sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}}{g \sum_1^k m_{\Pi} \frac{d}{d\alpha} l_{\Pi} + C}. \quad (5)$$

Очевидно, бесконечно большую чувствительность мы получим, когда члены с $\frac{d}{d\alpha} l_{\Pi}$ будут меньше нуля, а величина

$$g \sum_1^k m_{\Pi} \frac{d}{d\alpha} l_{\Pi} \rightarrow C.$$

Этот случай астазирования можно назвать астазированием при помощи массы (гравитационным астазированием). Как и в первом случае, для существования такого условия центр масс должен находиться выше оси вращения. Благодаря этому увеличивается скорость изменения момента силы тяжести, приближаясь к скорости изменения момента упругих сил.

На фиг. 4 показана простейшая астазированная массой система — маятник на крутильной нити, центр тяжести которого выше оси вращения. Гравиметров такого рода, т. е. астазированных при помощи массы, было построено несколько: гравиметр Исинга, гравиметр Буше, гравиметр Тиссена. Схематически они показаны

на фиг. 5. На практике ни один из этих гравиметров распространения не получил, основной причиной чему является их большая чувствительность к изменению наклона. Для уменьшения влияния изменения наклона в гравиметре Тиссена имеются две зеркально отображенных системы.

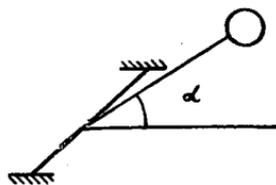
В гравиметре Исинга отклонение маятника наблюдается в двух положениях маятника, симметричных относительно вертикали, что уменьшает влияние неточности нивелирования. Однако это не устраняет полностью влияния наклона.

Заметим, что любая система гравиметра вращательного типа при наклоне маятником вверх становится астазированной при помощи массы.

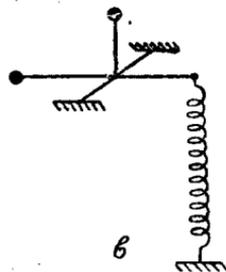
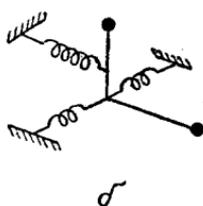
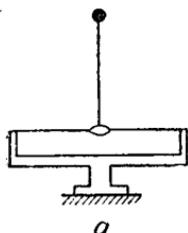
Если в формуле (5) производная $\frac{d}{da} l_{\pi}$ будет больше нуля, то система при конечных деформациях упругого элемента никогда не сможет получить бесконечно большую

чувствительность. Производная $\frac{d}{da} l_{\pi}$ будет

меньше нуля в том случае, если центр масс маятника будет находиться ниже горизонтальной плоскости, в которой лежит ось его вращения.



Фиг. 4. Схема системы астазирования массой.



Фиг. 5. Схемы систем гравиметров.

а — Исинга; б — Буше; в — Тиссена.

Положим теперь, что $\frac{d}{da} l_{\pi} = 0$. Так будет в том случае, когда маятник в момент измерения лежит в той же горизонтальной плоскости, что и ось вращения его. Для этого, очевидно, нужно, чтобы изменения силы тяжести компенсировались какой-то дополнительной силой.

Остановимся на этом случае более подробно.

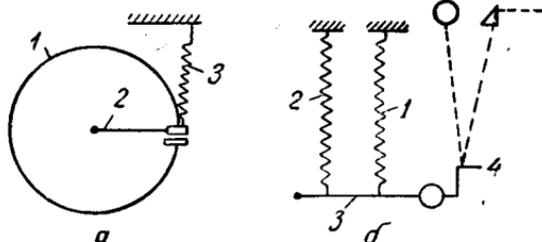
в. Не астазированные системы вращательного типа. Если в формуле (5) мы положим $\frac{d}{da} l_{\pi} = 0$, то получим

$$\frac{da}{dg} = -\frac{\alpha_0}{g},$$

где α_0 — полная деформация.

В этом случае чувствительность системы пропорциональна полной деформации упругого тела, а угол поворота da пропорционален величине изменения силы тяжести Δg . Таким образом, мы имеем неастигмированную систему вращательного типа.

Для того чтобы чувствительность была большой, необходима большая деформация упругого тела. Это требование ведет к увеличению габаритов системы в том случае, когда в последней используются деформации растяжения или сжатия. Поэтому создать портативную систему такого типа, обладающую высокой чувствительностью, нельзя. Однако гравиметры с системами такого типа существуют и дают высокую точность. В этих гравиметрах чув-



Фиг. 6. Схемы систем гравиметров.

а — ГКМ-НИИПГ; б — Хартлея.

ствительна не механическая система, а измеритель небольших перемещений массы. В качестве такого измерителя могут быть использованы оптико-механическое увеличение, жидкостное увеличение и ряд электрических приспособлений, измеряющих изменения емкости, сопротивления, фото-

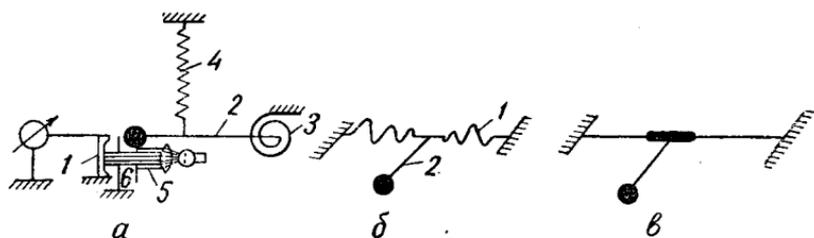
электрического эффекта, связанные с перемещением массы. На фиг. 6, а показана схема гравиметра ГКМ-НИИПГ. Кольцевая плоская пружина 1 и вспомогательная спиральная пружина 3 (измерительная) удерживают рычаг 2 в горизонтальном положении. Ничтожные смещения рычага фиксируются ультрамикрометром, работающим емкостным методом. В гравиметре Хартлея рычаг удерживается в горизонтальном положении главной спиральной цилиндрической пружиной 1 и измерительной пружиной 2. Поворот рычага 3 вызывает поворот зеркала 4, во много раз увеличенный по сравнению с поворотом рычага. К механическому увеличению добавляется еще оптическое. Таким образом, получаем чувствительный измеритель небольших перемещений массы.

В несколько более выгодных условиях находятся системы вращательного типа, использующие в качестве уравнивающей силы силу деформации кручения и изгиба в спиральных пружинах. Для получения большой деформации в данном случае нет нужды увеличивать габариты системы.

Однако для этих систем получить большую чувствительность трудно, так как большие деформации ведут к ухудшению механических свойств материала. Поэтому задача конструирования подобных систем упирается в качество материала. Гравиметров с такого рода системами было построено несколько: гравиметр Райта, гравиметр Норгарда, гравиметр Граф III и другие, показанные на фиг. 7.

В гравиметре Граф III рычаг 2 удерживается в горизонтальном

положении главной спиральной пружины 3 и вспомогательной (измерительной) 4. Изменение положения рычага отмечается по изменению фототока фотоэлемента 1, ток в котором меняется вследствие изменения величины щели, образованной подвижной 5 и неподвижной 6 пластинами. Механическая чувствительность системы небольшая. В целом же благодаря применению фотоэлектрической регистрации малых перемещений гравиметр имеет довольно высокую чувствительность. В отличие от описанного гравиметра в гравиметре Райта (фиг. 7, б) для поддержания маятника 2 в горизонтальном положении пружина 1 закручивается на большой угол (порядка 1500°). Для избежания вредного действия ползучести материала при таких больших деформациях пружина работает



Фиг. 7. Схемы систем гравиметров.

а — Граф III; б — Райта; в — Норгарда и ГКОМ.

только в промежуток времени наблюдений (4—6 мин.), причем пружина закручивается на равный угол по часовой и против часовой стрелки, что также должно компенсировать вредные последствия деформации. Изменение общего угла закручивания является мерой изменения силы тяжести. Большая угловая чувствительность системы позволяет применять оптический отсчет.

В гравиметрах ГКОМ и Норгарда (фиг. 7, в) для поддержания маятника в нулевом положении используется сила деформации кручения кварцевой нити (угол закручивания $600\text{--}700^\circ$). Кварцевая нить имеет очень хорошие механические свойства: почти нет остаточных деформаций и ползучести. Однако нить следует закручивать только на определенный не очень большой угол (около 700°); при большем угле закручивания нить разрушается. Этого угла все же достаточно, чтобы пользоваться чисто оптическим отсчетом. В нулевое положение маятник приводится при помощи наклона всей системы. Угол наклона системы и является мерой изменения силы тяжести. Для увеличения точности отсчета угла прибор наклоняют влево и вправо. При этом чувствительность системы в одном положении больше, чем в другом.

г. Астазирование пружиной (упругое астазирование). Положим теперь, что момент силы тяжести является постоянной величиной. Для этого необходимо изменения момента силы тяжести компенсировать каким-то дополнительным моментом

сил. Обозначим компенсирующий момент через \mathfrak{M} . Тогда можно написать

$$g \sum_1 m_{\Pi} l_{\Pi} + \mathfrak{M} = C,$$

где C — постоянная величина. Так как $\mathfrak{M} \ll g \sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}$, то его изменениями при изменении a можно пренебречь. В этом случае формула (4) примет вид

$$\frac{da}{dg} = \frac{C}{-\sum_1^k f_{\Pi} \Delta Z_{\Pi} \frac{d}{da} A_{\Pi} - \sum_1^k f_{\Pi} A_{\Pi} \frac{d}{da} \Delta Z_{\Pi}}.$$

Такая система будет астазированной, если сумма членов с $\frac{d}{da} A_{\Pi}$ имеет положительное значение.

В этом случае, если

$$\sum_1^k f_{\Pi} \Delta Z_{\Pi} \frac{d}{da} A_{\Pi} - \sum_1^k f_{\Pi} A_{\Pi} \frac{d}{da} \Delta Z_{\Pi} \rightarrow 0,$$

то

$$\frac{da}{dg} \rightarrow \infty.$$

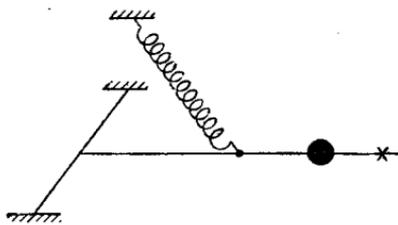
В отличие от предыдущего случая, где астазирование достигалось введением отрицательной величины $\frac{d}{da} l_{\Pi}$, что означает увеличение плеча силы тяжести с увеличением силы тяжести, здесь мы вводим положительную величину $\frac{d}{da} A_{\Pi}$, означающую уменьшение плеча момента упругих сил с увеличением силы тяжести. Такое астазирование будем называть астазированием при помощи пружины или упругим астазированием.

Простейшей системой астазирования при помощи пружины будет система, состоящая из маятника, находящегося всегда в горизонтальной плоскости и удерживаемого в этом положении пружиной, ось которой составляет острый угол с осью маятника (фиг. 8).

На принципе астазирования при помощи пружины построено довольно много гравиметров, и они в настоящее время широко применяются на практике. Система такого рода впервые была сконструирована русским ученым Б. А. Голицыным в 1912 г. Им же были разработаны основы теории такой системы. Использовать вертикальный сейсмограф Голицина как измеритель силы тяжести впервые предложила В. В. Нумерова в 1935 г. Ею была показана возможность получения от системы такого рода высокой чувстви-

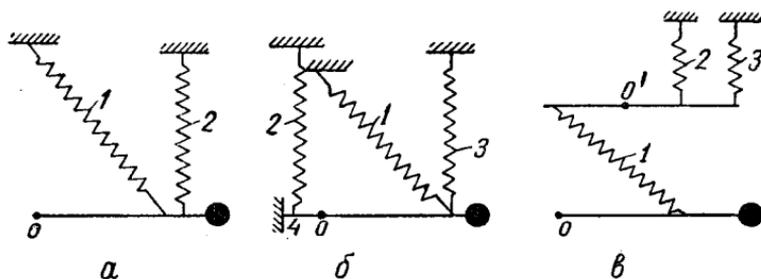
тельности к изменению силы тяжести и были даны основные формулы для расчета системы.

Теория вертикального сейсмографа Голицина получила дальнейшее развитие в работе советского ученого Л. Г. Шнирман, явившейся теоретической основой при конструировании наиболее распространенных астазированных кварцевых систем, в которых использована упругая система вертикального сейсмографа Голицина. В начале 40-х годов в США появилось несколько типов гравиметров с такими системами: гравиметры Хейланда, «Северная Америка», Мотт-Смита, Трумана (фиг. 9), существенно не отличающиеся друг от друга. Системы гравиметров Хейланда и «Северная Америка» отличаются способом компенсации изменений силы тяжести; система гравиметра Мотт-Смита отличается от предыдущих тем, что она изготовлена целиком из кварца, а также способом компенсации изменений силы тяжести.



Фиг. 8. Схема простейшей системы астазирования при помощи пружины.

Изгибая пружину 4 при помощи пружины 2, изменяем положение оси вращения O и тем самым компенсируем изменение силы тяжести (гравиметр «Северная Америка»). В гравиметре Хейланда



Фиг. 9. Схемы систем гравиметров.

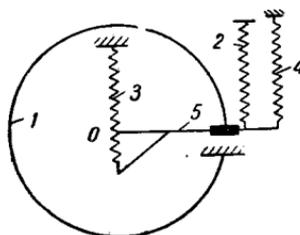
a — Хейланда; b — «Северная Америка»; c — Мотт-Смита; 1 — главные пружины; 2 — измерительные (компенсационные) пружины; 3 — диапазонные пружины; 4 — плоская пружина.

диапазонная пружина отсутствует; изменение диапазона производится изменением натяжения главной пружины 1.

Другую группу гравиметров, астазированных пружиной, составляют гравиметры, у которых момент силы тяжести компенсируется таким моментом упругих сил, изменения которого пропорциональны изменению силы тяжести, а астазирование осуществляется дополнительной пружинкой, проходящей через ось вращения системы. Для нее $\frac{dA}{da} > 0$. Такой системой является сн-

стема нашего отечественного гравиметра ГКА-НИИГТР, сконструированного А. М. Лозинской. Схематически этот гравиметр изображен на фиг. 10.

Плоская кольцевая пружина 1 удерживает в горизонтальном положении рычаг 5; астазирующая пружина 3 проходит через ось вращения рычага. Пружины 2 и 4 служат для компенсации изменений силы тяжести.



Фиг. 10. Схема гравиметра ГКА-НИИГТР.

2. Системы с поступательным перемещением массы

а. Астазированные системы. Положим в формуле (2) $\mathfrak{M}(x) = m$, а

$M(x) = F_1 - F_2$, где $F_1 = - \sum_1^k f_{\pi} \Delta Z_{\pi}$ — упругая сила, F_2 — пока неизвестная сила. Тогда формула (2) примет вид

$$\frac{dx}{dg} = - \frac{m}{\sum_1^k f_{\pi} \frac{d\Delta Z_{\pi}}{dx} - \frac{dF_2}{dx}},$$

где x — смещение массы; положительное направление считаем вверх.

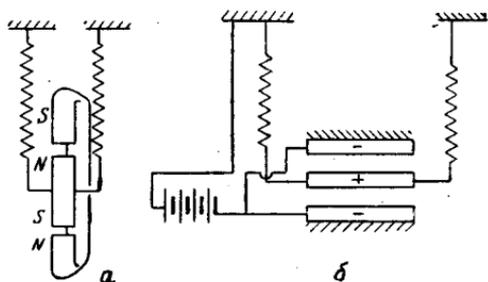
Первый член знаменателя, очевидно, всегда положительный.

Если же $\frac{dF_2}{dx}$ будет также величиной положительной, то получим астазированную систему.

Данным условиям удовлетворяют магнитные и электрические силы при разноименных зарядах. Согласно закону Кулона для электрических и магнитных масс разных знаков производная по x от силы их взаимодействия положительна. Поэтому такой способ астазирования можно назвать астазированием при помощи магнитных и электрических зарядов.

Поэтому такой способ астазирования можно назвать астазированием при помощи магнитных и электрических зарядов. Нетрудно сообразить, что этот способ астазирования применим и для гравиметра вращательного типа. На фиг. 11 приведены два возможных варианта астазированных систем такого рода. В практике гравиметростроения подобные системы распространения не получили.

Не следует смешивать магнитное и электрическое астазирование с использованием этих сил для уравновешивания силы тяжести,



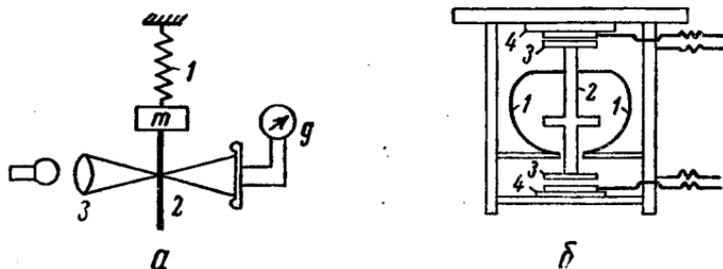
Фиг. 11. Схемы систем астазирования при помощи магнитных (а) и электрических (б) зарядов.

где они не нашли применения из-за трудности поддержания их постоянными с необходимой степенью точности.

б. Неастирированные системы гравиметров с поступательным перемещением массы. Положим $\mathfrak{M}(x) = m$, а $M(x) = -Cx$, где x полная деформация упругого тела x . Тогда по формуле (2) получим

$$\frac{dx}{dg} = -\frac{m}{C} = \frac{x}{g}.$$

Этот случай аналогичен случаю неастирированных систем вращательного типа, т. е. чувствительность системы пропорциональна полной деформации. Простой расчет показывает, что даже при 500-кратном оптическом увеличении для получения требуемой в настоящее время точности измерения разностей силы тяжести



Фиг. 12. Схемы систем гравиметров.

а — Граф II; б — Болиден.

общая деформация должна быть не менее 2 м. Такой прибор будет весьма громоздким. Портативный прибор можно создать в том случае, если общая деформация не превышает 20—30 см, т. е. почти в 10 раз меньше.

Поэтому при конструировании гравиметров такого типа так же, как и в случае неастирированных гравиметров вращательного типа, идут по линии увеличения точности измерения малых перемещений масс. Так, в гравиметре Граф II (фиг. 12, а) используется фотоэлектрический метод. Гравиметр Граф II устроен следующим образом. На спиральной цилиндрической пружине 1 подвешена масса m . Деформация пружины составляет всего несколько десятков сантиметров, поэтому линейная чувствительность системы невелика. К массе прикреплена диафрагма 2, на которую линзой 3 фокусируется луч света. Малейшее изменение положения тела повлечет за собой изменение светового потока на фотоэлемент, что в свою очередь изменяет силу фототока. Последний и является мерой изменения силы тяжести. В качестве второго примера гравиметров такого типа можно привести описание гравиметра Болидена (фиг. 12, б).

Две плоские полукольцевые пружины 1 несут на своих верхних концах массу 2, изготовленную так, что ее верхняя и нижняя

плоскости 3 вместе с противолежащими пластинами корпуса 4 образуют обкладки конденсатора. Верхний конденсатор включен в колебательный контур, постоянство частоты которого служит показателем неизменности емкости. Если сила тяжести изменяется, масса, перемещаясь, меняет емкость и расстраивает контур. Первоначальное положение восстанавливается путем приложения электрического напряжения к обкладкам нижнего конденсатора. Изменение разности потенциалов между обкладками и является мерой изменения силы тяжести.

Этим закончим обзор конструкций системы гравиметров, построенных по принципу пружинных весов.

Как удалось выяснить, наибольшие возможности в смысле получения большой механической чувствительности при небольших габаритах системы имеют астазированные системы всех видов, а также неастазированные вращательного типа, в которых в качестве уравнивающей силы используются силы деформации кручения (нитей, пружин и т. п.) и деформации изгиба в спиральных пружинах.

Однако системы этих типов не являются равноценными. Преимуществом первых является то, что для получения высокой чувствительности не требуются большие деформации. Недостатком их, правда, легко устранимым, является нелинейная зависимость между величиной перемещения массы и изменением Δg . У вторых, напротив, линейная зависимость между перемещением массы и изменением силы тяжести сохраняется в пределах всего диапазона изменений последней, но зато для большой чувствительности требуются большие деформации упругого тела, которые сильно ухудшают механические свойства пружин или же при сохранении предела пропорциональности требуют увеличения габаритов прибора.

Необходимо заметить, что решение задачи получения системы с большой чувствительностью не обеспечивает построения хорошего гравиметра. Нужно еще при конструировании гравиметра предусмотреть влияние температуры, изменения давления, магнитного поля, наклона системы, а также изменение механических свойств материалов во времени. Все эти факторы имеют весьма существенное значение для качества работы гравиметра.

3. Влияние изменения наклона системы

Найдем уравнение равновесия системы гравиметра вращательного типа в таком виде:

$$g \cos(\beta + \alpha) \sum_1^k m_n l_n + M(\alpha) = 0, \quad (6)$$

где $M(\alpha)$ — момент уравнивающих упругих сил; $\sum_1^k m_n l_n$ — момент масс системы; α — угол отклонения маятника от нулевого

положения; β — угол отклонения нулевого положения маятника от горизонтальной плоскости.

Предполагается, что маятник имеет одну степень свободы, т. е. может вращаться вокруг одной оси.

Продифференцировав уравнение (6) по β , учтя при этом равенство

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} g \mathfrak{M}(\alpha) = g \sin(\beta + \alpha) \sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi},$$

найдем

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = g \frac{\sin(\beta + \alpha) \sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}}{\frac{\partial}{\partial \alpha} g \mathfrak{M}(\alpha) + \frac{\partial}{\partial \alpha} M(\alpha)}.$$

Умножив теперь числитель и знаменатель на $\cos(\beta + \alpha)$, получим

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = \left[\frac{\cos(\beta + \alpha) \sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}}{\frac{\partial}{\partial \alpha} g \mathfrak{M}(\alpha) + \frac{\partial}{\partial \alpha} M(\alpha)} \right] g \operatorname{tg} \alpha.$$

Как нетрудно видеть, выражение в квадратных скобках есть не что иное, как чувствительность системы с обратным знаком. Таким образом,

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = -C \operatorname{tg}(\beta + \alpha). \quad (7)$$

Отсюда видно, что минимальная чувствительность системы к наклону будет в случае, когда $\beta + \alpha = 0$, т. е. когда центр масс и ось вращения маятника будут лежать в одной горизонтальной плоскости. Из формулы (3) также видно, что отклонение маятника от горизонтального положения в ту или другую сторону обязательно влечет за собой увеличение угла α .

Если теперь положить, что масса способна совершать только поступательные перемещения, то мы получим аналогичную формулу

$$\frac{dx}{d\beta} = -C \operatorname{tg} \beta, \quad (7a)$$

где x — перемещение массы; β — угол между вертикалью и направлением уравновешивающей упругой силы.

Когда угол β будет равен нулю, т. е. когда ось пружины будет совпадать с вертикалью, система будет иметь минимальную чувствительность к наклону. При увеличении β чувствительность системы к наклону возрастает пропорционально тангенсу угла наклона.

Найденным условиям минимальной чувствительности к наклону удовлетворяют почти все рассмотренные выше системы, кроме систем, астазированных при помощи пружин и массы и при помощи массы. Поэтому применять последние в гравиметрах нецелесообразно. Правда, делались попытки построить системы, астазированные при помощи массы, исключив влияние наклона применением двух зеркально отраженных систем (гравиметр Тиссена), но они не привели к удовлетворительным результатам. Причиной этого, видимо, являются технические трудности построения двух одинаковых систем.

Подставив в уравнение (7) вместо C величину $\frac{da}{dg}$, проинтегрируем его в пределах от нуля до β , считая $a = 0$. Затем, разложив выражение $l_{\Pi} \cos \beta$ в ряд по степеням малой величины β , получим

$$\Delta g = -g \left(\frac{\beta^2}{2} + \frac{1}{12} \beta^4 + \dots \right). \quad (8)$$

Пользуясь этой формулой, мы в любом гравиметре при помощи изменения наклона можем определять цену деления. Для небольших углов можно ограничиться первым членом ряда, т. е.

$$\Delta g = g \frac{\beta^2}{2}. \quad (8a)$$

Формула (8) выражает величину кажущегося изменения силы тяжести с изменением наклона.

4. Влияние изменения давления

При изменении давления в гравиметре вследствие изменения плотности воздуха происходит изменение веса подвижной массы системы.

Напишем уравнение (1) с учетом изменения давления:

$$g \sum_1^k \left(1 - \frac{\rho_1 B}{\rho_{\Pi} B_0} \right) m_{\Pi} l_{\Pi} - M(\alpha) = 0,$$

где $M(\alpha)$ — момент уравновешивающих сил; $\sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}$ — момент подвижных масс системы; ρ_1 — плотность воздуха при нормальном давлении; ρ_{Π} — плотности материалов, составляющих подвижную массу; B_0 — нормальное атмосферное давление; B — атмосферное давление.

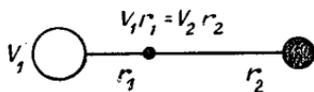
Продифференцировав уравнение (1) по B , найдем

$$\frac{dg}{dB} = g \frac{\rho_1}{B_0} \frac{\sum_1^k \frac{1}{\rho_{\Pi}} m_{\Pi} l_{\Pi}}{\sum_1^k \left(1 - \frac{\rho_1 B}{\rho_{\Pi} B_0} \right) m_{\Pi} l_{\Pi}}. \quad (9)$$

Второй член в скобке знаменателя $\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{B}{B_0}\right)$ — величина малая, так как в нормальных условиях $\frac{B}{B_0} \approx 1$, а плотность воздуха меньше плотности подвижной массы в 1000 раз и более, поэтому этим членом мы пренебрегаем. Тогда получим

$$\frac{dg}{dB} = g \frac{\rho_1}{B_0} \cdot \frac{\sum_1^k \frac{1}{\rho_{\Pi}} m_{\Pi} l_{\Pi}}{\sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}} \quad (9a)$$

Сумма в числителе есть не что иное, как момент объема, сумма в знаменателе — момент масс. Таким образом, кажущееся изменение силы тяжести с изменением давления пропорционально отношению объемного момента к моменту масс. Влияние давления тем меньше, чем меньше это отношение. Если вся система изготовлена из одного и того же материала, то формула приобретает более простой вид:



Фиг. 13.

$$\frac{dg}{dB} = g \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{B_0},$$

т. е. влияние давления тем меньше, чем меньше отношение плотности воздуха к плотности материала, из которого изготовлена система.

Таким образом, для уменьшения влияния давления нужно идти по пути увеличения плотности подвижной массы. Однако возможности этого пути довольно ограничены. Масса, изготовленная даже из платины, все же дает большой барометрический коэффициент (около 0,06 мгл/мм).

Можно пойти по другой пути — построить систему так, чтобы объемный момент подвижной массы оказался очень небольшим при большом моменте масс. В системах вращательного типа это легко осуществляется помещением на противоположном конце рычага объема, момент которого равнялся бы объемному моменту основной массы. Момент же масс этого объема должен быть во много раз меньше момента основной массы (фиг. 13).

Таким путем можно сделать объемный момент, а следовательно, и барометрический коэффициент близкими к нулю. На этом принципе основана барометрическая компенсация многих гравиметров вращательного типа, астазированных и неастизированных, (ГКМ-НИИПГ, ГКА-НИИГТР, Хейланд, «Северная Америка», Граф III и др.). С точки зрения удобства применения барометрической компенсации системы гравиметров вращательного типа имеют явные преимущества перед гравиметрами других типов.

Системы гравиметров, у которых нет барометрической компенсации, помещают в герметически закрывающиеся сосуды, т. е. изолируют от изменений атмосферного давления. Этот способ, повидимому, будет самым надежным. Герметизировать сосуд с системой довольно трудно, особенно трудно герметизировать выходы микрометрических винтов, но все эти трудности преодолимы и в настоящее время имеется много гравиметров, системы которых находятся в герметически закрытых сосудах. К ним относятся гравиметры Болидена, Исинга, Мотт-Смита, Граф I.

Для гравиметров, снабженных жидкостной температурной компенсацией, благодаря практической несжимаемости жидкости, одновременно осуществлена защита от влияний изменения атмосферного давления (гравиметры ГКОМ-НИИГГР, ВИРГ-47, Норгарда).

5. Влияние изменения температуры

Обратимся к нашему основному уравнению равновесия (3):

$$g \sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi} - \sum_1^k f_{\Pi} \Delta Z_{\Pi} A_{\Pi} = 0.$$

В первом члене при изменении температуры изменяются l_{Π} (расстояние между центром массы и осью вращения), во втором члене, кроме изменения A_{Π} (плечо упругой силы), изменяется величина жесткости f_{Π} . Перепишем уравнение с учетом влияния температуры:

$$g \sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}^{t-t_0} (1 + \alpha_{\Pi} t) + \sum_1^k M_{\Pi}^{t-t_0} (1 + \alpha'_{\Pi} t)^2 (1 + \beta_{\Pi} t) (1 + \alpha''_{\Pi} t) = 0, \quad (10)$$

где $M_{\Pi}^{t-t_0}$ — произведение деформации ΔZ_{Π} на плечо A_{Π} и жесткость f_{Π} при исходной температуре; α_{Π} — коэффициент линейного расширения l_{Π} ; α'_{Π} — коэффициент линейного расширения материала упругого тела; α''_{Π} — коэффициент линейного расширения A_{Π} ; β_{Π} — температурный коэффициент модуля сдвига упругого тела.

Заметим, что в данном случае формула для жесткости пружин не учитывает температурных изменений модуля Юнга, так как влияние таковых на общую жесткость пружины при малых углах наклона витков будет ничтожно. Последнее легко видеть из формулы

$$f = \frac{d^4}{64nR^3} \left(\frac{\cos^2 \gamma}{G} + \frac{2 \sin^2 \gamma}{E} \right)^{-1},$$

где d — диаметр проволоки; R — средний радиус кривизны витков; n — число витков; G — модуль сдвига; E — модуль Юнга; γ — угол наклона витка пружины; f — жесткость пружины.

Для подсчета жесткости пружин можно с достаточной степенью точности применить формулу

$$f = \frac{d^4 g}{64nR^3}.$$

Продифференцируем уравнение (10) и, пренебрегая членами, содержащими произведения коэффициентов α и β и их степени выше первой, получим

$$\frac{dg}{dt} = - \frac{\sum_1^k M_{\Pi}^{t=t_0} 2\alpha_{\Pi}' + \sum_1^k M_{\Pi}^{t=t_0} (\alpha_{\Pi}'' + \beta_{\Pi}) - g \sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}^{t=t_0} \alpha_{\Pi}}{\sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}^{t=t_0}}. \quad (11)$$

Из формулы видно, что, подобрав соответствующим образом коэффициенты α_{Π} , α_{Π}' , α_{Π}'' , β , можно получить нулевой температурный коэффициент.

Примем во внимание, что

$$\sum_1^k M_{\Pi}^{t=t_0} = g \sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}^{t=t_0},$$

и положим, что l_{Π} и A_{Π} имеют одинаковые коэффициенты линейного расширения, т. е. $\alpha_{\Pi}'' = \alpha_{\Pi}$. Тогда формула станет более простой:

$$\frac{dg}{dt} = \frac{-\sum_1^k M_{\Pi}^{t=t_0} 2\alpha_{\Pi}' + \sum_1^k M_{\Pi}^{t=t_0} \beta_{\Pi}}{\sum_1^k m_{\Pi} l_{\Pi}^{t=t_0}}. \quad (11a)$$

Если же маятник и пружина изготовлены из однородных материалов, то формула примет еще более простой вид:

$$\frac{dg}{dt} = -g(2\alpha_{\Pi}' + \beta). \quad (116)$$

Для подавляющего большинства материалов β значительно больше α , и поэтому температурный коэффициент системы определяется в основном термоэластическим коэффициентом пружины.

Наиболее распространенным способом защиты системы гравиметра от температурных влияний является помещение ее в термостат. С какой же точностью нужно поддерживать температуру?

В таблице приведены основные термические характеристики некоторых материалов.

Как видно из таблицы и формулы (116), для обеспечения точности гравиметра 0,1 мгл температуру нужно поддерживать с точностью не менее 0,001°. Такая точность термостатирования требует

Наименование материала	Температурные коэффициенты		
	линейного расширения $\alpha \times 10^{-6}$	модуля Юнга $E \times 10^{-6}$	модуля сдвига $\gamma \times 10^{-6}$
Сталь никелевая	10	-284	-275
Бронза фосфористая	17	-380	-411
Дюралюминий	23	-583	-551
Латунь	18	-389	-388
Вольфрам	4	- 95	- 66
Кварц плавленный	0,4	+100	+100
Элинвар	6	от -40 до +20	от -40 до +20

применения сложных и громоздких приспособлений. Поэтому при конструировании гравиметров стараются использовать нити и пружины из материала с наименьшим термоэластическим коэффициентом (вольфрам, элинвар, инвар) и так комбинировать применяемые материалы, чтобы различные части прибора температурно компенсировали друг друга. Часто вводят в гравиметр специальные термокомпенсационные устройства. Эти мероприятия позволяют снизить точность термостатирования до $0,01^\circ \text{C}$ и ниже, а в некоторых случаях дают возможность освободиться от термостата.

В принципе, применяя температурную компенсацию, можно было бы свести к нулю температурные влияния в гравиметрах. На практике же достигнуть этого очень трудно. Во-первых, трудно уравнивать величину противодействующих сил, возникающих при изменении температуры, так как термомеханические свойства тел изменяются с изменением температуры. Поэтому гравиметр будет температурно-компенсированным с требуемой точностью лишь в пределах узкого диапазона изменений температуры. Во-вторых, очень трудно изготовить систему так, чтобы все ее детали всегда имели одинаковую температуру. Практически при изменении температуры различные части прибора в одно и то же время принимают неодинаковую температуру, причем эта разность будет зависеть от многих причин.

Пусть имеется тело с температурой t , находящееся в неограниченной и идеально-проводящей среде с температурой t_0 , тогда скорость изменения температуры тела выразится формулой

$$\frac{dt}{dT} = -\frac{C}{A}(t-t_0),$$

где C — коэффициент теплопередачи; A — теплоемкость тела; T — время.

Интегрируя это уравнение, получим

$$\Delta t = -\Delta t_0(e^{-aT} - 1), \quad (12)$$

где

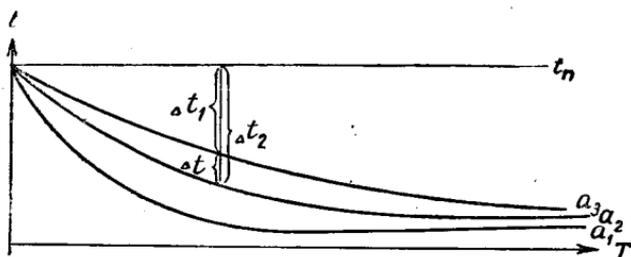
$$\Delta t_0 = t_{\text{н}} - t_0; \quad \Delta t = t_{\text{н}} - t; \quad a = \frac{C}{A}.$$

На фиг. 14 приведены кривые с различным отношением $\frac{C}{A} = a$.

Положим теперь, что наша система снабжена температурным компенсатором и при этом отношения $\frac{C}{A}$ для системы и термокомпенсатора различны.

При этом температурный коэффициент гравиметра будет равен сумме температурного коэффициента системы и температурного коэффициента компенсатора:

$$K = K_c + K_k.$$



Фиг. 14.

При остывании или нагревании гравиметра температуры системы и температурного компенсатора в один и тот же момент не будут равны. Обозначим температуру системы t_c , температуру компенсатора t_k , начальную температуру t_n , разность $t_n - t_c$ через Δt_1 , разность $t_n - t_k$ через Δt_2 и разность $\Delta t_2 - \Delta t_1$ через Δt .

С начала процесса изменения температуры отсчет гравиметра изменится на величину

$$\Delta g = K_c \Delta t_1 + K_k \Delta t_2,$$

или же

$$\Delta g = (K_c + K_k) \Delta t_1 + K_k \Delta t = K \Delta t_1 + K_k \Delta t. \quad (13)$$

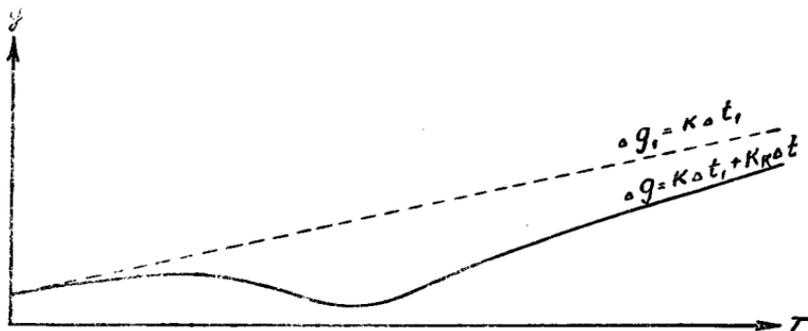
На фиг. 14 видно, что Δt изменяет свою величину от нуля в начале процесса изменения температуры и до нуля в конце неограниченно большого промежутка времени.

В соответствии с этим на фиг. 15 приведен график кривой, выражаемой уравнением (13). (В данном случае $K > 0$ и $\Delta t > 0$.)

Этот график наглядно показывает, что в гравиметре, снабженном температурной компенсацией, при условии неравенства отношения $\frac{C}{A}$ для термокомпенсатора и упругой системы однозначное изменение температуры может вызвать изменения отсчетов различных знаков. На самом деле эта кривая будет иметь еще более

сложный вид, так как гравиметру приходится работать при изменениях температуры разных знаков. Таким образом, все части системы гравиметра должны иметь одинаковое значение отношения $\frac{C}{A}$.

На практике удовлетворить этому условию очень трудно. Однако этот температурный эффект, вызванный термической разнородностью составных частей системы, можно уменьшить другим путем. Мы можем уменьшить Δt путем уменьшения Δt_0 , что физически означает уменьшение перепада температур между системой гравиметра и окружающей средой. Для этого нужно по возможности улучшить теплоизоляцию гравиметра.



Фиг. 15.

Третьим весьма существенным препятствием при конструировании гравиметров является так называемый температурный гистерезис. Сущность этого явления заключается в том, что в зависимости от скорости и знака изменения температуры изменяются механические свойства материала пружин, в частности величина упругости.

В некоторых гравиметрах, как, например, ГКА, это явление проявляется довольно резко. В других (Хейланда, «Северная Америка») оно почти не наблюдается. Повидимому, величина температурного гистерезиса зависит в основном от материала, из которого изготовлена главная пружина. В кварцевых гравиметрах, например, это явление имеет значительно меньшую величину, а иногда почти отсутствует.

Перечисленные обстоятельства являются основными препятствиями в деле создания гравиметра с полной температурной компенсацией.

Насколько известно автору, в настоящее время создано четыре полностью температурно-компенсированных гравиметра: ГКОМ-НИИГР, гравиметр Норгарда, ГКА НИИГР и малая модель гравиметра Мотт-Смита. Первые два — неастигмированные кварцевые вращательного типа; температурная компенсация создается за счет температурного изменения плотности жидкости, в которой находится система гравиметра. Условие полной температурной

компенсации для этих гравиметров будет выражаться уравнением

$$m \left(1 - \frac{\rho}{\rho_1}\right) \rho_1 l_1 \beta = V l \rho \gamma,$$

где β — термоэластический коэффициент кварца; γ — коэффициент объемного расширения жидкости; ρ — плотность жидкости при нормальной температуре; ρ_1 — плотность маятника; V — объем маятника; m — масса маятника; l и l_1 — плечи.

В этих гравиметрах температурный гистерезис почти отсутствует благодаря применению кварца. Синхронность изменения температуры другой системы и окружающей среды здесь достигается благодаря применению масла с довольно большой теплоемкостью. Системы полностью погружены в масло, в результате чего температура масла и температура системы всегда бывают практически одинаковыми.

Вследствие нелинейности температурных коэффициентов термокомпенсатора и упругой системы эти гравиметры хорошо компенсированы только в узком диапазоне изменения температур.

Гравиметры ГКА-НИИГР и малая модель гравиметра Мотт-Смита — астазированные кварцевые, с металлической температурной компенсацией, основанной на свойстве металлов изменять свою длину с изменением температуры.

Вся система помещается в сосуд Дюара, который хорошо защищает ее от резких температурных изменений; поэтому температурный эффект, вызванный разнородностью материала системы и термокомпенсатора, заметным образом не проявляется.

6. Изменения нуля гравиметра, связанные с изменением механических свойств материала во времени

В гравиметрах, кроме помех, связанных с изменением температуры и давления, наблюдаются помехи, связанные с изменением механических свойств материала во времени. В современных гравиметрах эти изменения должны быть пропорциональны промежутку времени и не должны превышать 2—3 единиц шестого знака в сутки.

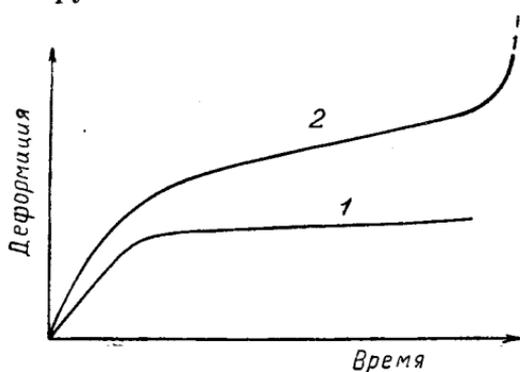
В каждом гравиметре, построенном по принципу пружинных весов, заранее предполагается, что упругое тело системы работает в режиме закона Гука. Однако на практике этого никогда не бывает. У всех без исключения гравиметров наблюдается изменение нуля-пункта.

Последнее является следствием необратимых структурных изменений материала упругого тела во времени, происходящих под действием постоянных и переменных напряжений. Явления, протекающие при этом в материале, очень сложны и в настоящее время до конца не изучены.

Сползание нуля гравиметров схематически можно объяснить явлениями ползучести и усталости материала. Явление ползучести

материала заключается в том, что деформация тела под действием постоянной нагрузки совершается не мгновенно, а продолжается в течение некоторого промежутка времени. В случае, когда нагрузка не превышает предела пропорциональности, деформация продолжается в течение неограниченно большого промежутка времени со все уменьшающейся скоростью (фиг. 16, кривая 1). Когда же нагрузка превышает предел пропорциональности, деформация через некоторый промежуток времени вызывает разрушение упругого тела (фиг. 16, кривая 2).

В технике твердо установлено, что под действием переменной нагрузки механические качества материала ухудшаются: понижается предел пропорциональности, уменьшается прочность. Это явление обычно называют усталостью материала.



Фиг. 16.

Практика показала, что для большинства гравиметров с металлическими пружинами скорость изменения нуля-пункта убывает со временем и практически не зависит от того, находится ли прибор в движении или в покое. У кварцевых гравиметров во

время движения скорость изменения нуля-пункта значительно больше, чем в спокойном состоянии.

Исходя из представлений о ползучести и усталости материалов, можно попытаться объяснить разницу в поведении нуля-пунктов кварцевых и металлических гравиметров. У металлических гравиметров упругая система, как правило, арретируется. Вследствие этого пружины почти все время находятся под одним и тем же напряжением и лишь в течение небольшого промежутка времени, в период наблюдения, на них действует переменное напряжение. Поэтому здесь проявляется в большей мере явление ползучести и в меньшей мере явление усталости. В совокупности оба эти явления должны давать уменьшающуюся со временем скорость изменения нуля-пункта.

У кварцевых гравиметров упругие системы не арретируются и во время перевозки находятся под действием не только некоторого постоянного напряжения, но также и переменного напряжения, вызванного тряской. Поэтому в кварцевых гравиметрах наряду с явлением ползучести заметно проявляется явление усталости. Снижение предела пропорциональности вследствие усталости увеличивает в свою очередь ползучесть материала во время перевозки прибора.

Совокупность явлений ползучести и усталости может проявиться в виде возрастающей со временем скорости изменения

нуль-пункта кварцевого гравиметра. Увеличение скорости изменения нуль-пункта со временем наблюдалось, например, в кварцевом гравиметре Исинга. Однако в кварцевых астазированных гравиметрах (КГА) увеличения скорости изменения нуль-пункта не наблюдается, что, повидимому, объясняется значительно меньшими амплитудами переменной нагрузки, чем у гравиметра Исинга. Арретирование системы КГА должно привести к значительному уменьшению скорости изменения нуль-пункта во время движения.

При изготовлении гравиметров выбирают материалы, имеющие возможно бóльшие величины предела пропорциональности и малые величины ползучести. Пружинам дают по возможности небольшие напряжения. Для улучшения механических свойств материалов применяют различные способы термической и механической обработки.

Кроме того, стараются построить систему гравиметра таким образом, чтобы пружины находились всегда под одним и тем же напряжением. Поэтому почти во всех известных автору гравиметрах движения подвижной массы ограничены несколькими десятими миллиметра, а в гравиметрах с металлическими пружинами имеются арретирные приспособления, при помощи которых система освобождается от добавочных динамических нагрузок, ослабляющих металл.

В современных гравиметрах путем применения соответствующих материалов и их специальной обработкой, а также путем создания соответствующего режима работы пружин удается свести изменения нуль-пункта гравиметра к очень небольшим величинам.

Так, в гравиметрах Хейланд, «Северная Америка» изменения нуль-пункта не превышают нескольких десятых миллигала за сутки. Большой устойчивостью нуль-пункта отличаются кварцевые гравиметры. Можно надеяться, что введение арретирного приспособления в кварцевых гравиметрах уменьшит скорость изменения нуль-пункта.

7. Соотношение между периодом собственных колебаний системы и ее чувствительностью к изменениям силы тяжести

Напишем уравнение свободного движения системы гравиметра вращательного типа:

$$J\ddot{\alpha} + M_{\Pi} = 0, \quad (14)$$

где $M_{\Pi} = g\mathfrak{M}(\alpha) + M(\alpha)$ — сумма моментов сил, действующих на систему, являющаяся функцией α ; J — момент инерции системы.

Разложим M_{Π} в ряд по степеням α :

$$M_{\Pi} = M_0 + \alpha \left(\frac{d}{d\alpha} M_{\Pi} \right)_0 + \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{d^2}{d\alpha^2} M_{\Pi} \right)_0 + \dots,$$

где M_0 — сумма моментов сил, действующих на систему в положении равновесия (т. е. при $\alpha = 0$); M_{Π} — сумма моментов сил при повороте системы на некоторый малый угол α .

Полагая α малой величиной, пренебрегая членами с α в степени выше первой и учитывая, что $(M_{II})_0 = 0$, уравнение (14) перепишем в следующем виде:

$$J\ddot{\alpha} + \alpha \left(\frac{d}{d\alpha} M_{II} \right)_0 = 0. \quad (15)$$

Период собственных колебаний системы выразится так:

$$T = \frac{2\pi}{n_0},$$

где

$$n_0 = \sqrt{\frac{\left(\frac{\partial}{\partial \alpha} M_{II} \right)_0}{J}};$$

тогда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{\left(\frac{\partial}{\partial \alpha} M_{II} \right)_0}}. \quad (16)$$

В разделе 1 было показано, что у астазированных систем выражение

$$\left(\frac{\partial}{\partial \alpha} M_{II} \right)_0$$

имеет малую величину, у неастазированных систем, напротив, — большую величину. В соответствии с этим у астазированных систем период собственных колебаний будет значительно больше, чем у неастазированных систем.

Сравнивая уравнение (16) с уравнением (2) и заменяя в последнем x на α , получим

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J \frac{\partial \alpha}{\partial g}}{\left(\frac{\partial}{\partial g} M_{II} \right)_0}}$$

или же

$$\frac{d\alpha}{dg} = -\frac{1}{4\pi^2} \cdot T_0^2 \frac{\left(\frac{\partial}{\partial g} M_{II} \right)_0}{J}. \quad (17)$$

Таким образом, для малых углов отклонения маятника от положения равновесия имеется очень простая зависимость между чувствительностью системы к изменениям силы тяжести и периодом ее собственных колебаний. Эта связь значительно облегчает работу по регулированию чувствительности системы, так как период собственных колебаний легко определяется для системы, находящейся еще в процессе изготовления. Измеряя период собственных колебаний, мастер всегда может контролировать себя и строить систему на заданную чувствительность.

Нетрудно показать, что для гравиметра с поступательным перемещением массы и одной степенью свободы будем иметь

$$\frac{dx}{dg} = -\frac{T^2}{4\pi^2}.$$

В формулах (16) и (17) индекс «0» означает некоторое среднее положение относительно отклонений при колебаниях. Тогда можно написать:

$$\left(\frac{d}{dg} M\right)'_0 = \left(\frac{d}{dg} M_{\Pi}\right)'_0 \cos \alpha_0,$$

где $\left(\frac{d}{dg} M_{\Pi}\right)'_0$ — производная от M_{Π} при $\alpha_0 = 0$ [в данном случае производная $\left(\frac{\partial}{\partial g} M_{\Pi}\right)'_0$ есть производная только от момента силы тяжести $g\mathfrak{M}(\alpha)$].

В таком случае формула (17) примет вид

$$\frac{da}{dg} = -\frac{T^2 \left(\frac{d}{dg} M_{\Pi}\right)'_0}{4\pi^2 J} \cos \alpha_0,$$

т. е. при заданном периоде собственных колебаний система будет иметь максимальную чувствительность к изменениям силы тяжести в случае, когда ось вращения маятника и центр тяжести его будут лежать в одной горизонтальной плоскости.

Почти во всех гравиметрах основная масса помещается на конце маятника, поэтому с некоторой степенью приближения ее можно принять за точечную массу.

При этом формула (17) примет вид

$$\frac{da}{dg} = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot \frac{1}{l},$$

где l — расстояние от центра тяжести маятника до оси вращения его. Эта формула дает простой и достаточно точный способ определения чувствительности через период.

Накопленный к настоящему времени материал по изготовлению и практическому использованию гравиметров различных типов позволил автору сделать попытку систематизации сведений по теории гравиметров, построенных по принципу пружинных весов.

Гравиметры разделяются на две большие группы: неастазированные и астазированные, отличающиеся друг от друга характером зависимости между величиной деформации упругого элемента и изменением силы тяжести.

Для астазированных систем характерна нелинейная зависимость между деформацией упругого элемента и величиной изменения силы тяжести, для неастазированных — линейная зависимость. Астазированные системы характеризуются также малой разностью между относительными скоростями изменения момента силы тяжести и момента упругой силы по сравнению с изменением дефор-

мации. Для неастазированных систем эта разность остается неизменной во всем диапазоне изменения силы тяжести.

Сравнительное рассмотрение этих двух групп систем показывает, что для геолого-разведочных целей выгоднее применять гравиметры с астазированными системами, так как они при равной точности с неастазированными системами требуют во много раз меньшей деформации упругого элемента системы и, следовательно, с одной стороны, предъявляют невысокие требования к материалу пружин, а с другой, — позволяют сделать минимальными габариты системы, не применяя при этом сложных и громоздких оптико-механических или электрических приспособлений, увеличивающих чувствительность. Малые габариты системы в свою очередь позволяют наиболее просто изолировать систему от внешних вредных воздействий среды (температура, давление).

Сопоставления астазирования различных типов в связи с влиянием различного рода помех приводят нас к выводу, что наиболее рациональной системой, обеспечивающей наибольшую устойчивость и чувствительность гравиметра, являются упруго-астазированные системы типа вертикального сейсмографа Голицина.

В настоящее время имеется ряд гравиметров, показавших высокую точность, в основе которых лежит схема вертикального сейсмографа Голицина.

Схема вертикального сейсмографа Голицина положена в основу конструкции малогабаритного кварцевого астазированного гравиметра КГА, разработанного в гравиметрической лаборатории Научно-исследовательского института геофизических методов разведки (НИИГР).
